
Aufgabenserie 5 - Lineare Algebra
Kapitel 5: Matrizen



www.onlinetutorium.com

Bei Fragen wende Dich bitte an:
fragen@onlinetutorium.com

Aktualisiert am: 26.07.2011

Empfehlung:

Zu vielen Aufgabenstellungen wird es einen Link zu einem Video geben, welches die Lösung zu einem ähnlichen Problem behandelt. Versuche Dich zunächst eigenständig mit der Aufgabe auseinanderzusetzen und vergleiche danach Deinen Lösungsweg mit dem des Videos. Zusätzlich solltest Du Dich um einen strukturierten Aufschrieb bemühen. Verwende Teilüberschriften und einleitende Formulierungen, damit Andere Deine Gedanken nachvollziehen können.

Wir gewichten alle Aufgaben mit Punkten wie Du es aus Klausuren und Hausaufgaben gewöhnt bist. Auch bei uns gilt, volle Punktzahl wird nur dann erzielt, wenn die Aufgabe fehlerfrei bearbeitet wurde. Insgesamt können 30 Punkte erzielt werden. Bedenke, dass wir nicht die Zeit haben Deine Lösung zu korrigieren, deswegen solltest Du dich an den Lösungsskizzen der Videos orientieren und mit den Lösungen am Ende diesen Dokumentes vergleichen.

Viel Erfolg und Spaß beim Lösen wünscht Dir



1. Aufgabe

(12 Punkte)

Berechne wenn möglich die folgenden Matrizen:

$$1. \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 7 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & 7 & 6 \end{pmatrix}.$$

$$2. \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 9 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -2 \\ -4 & 4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 9 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 2 \\ 4 & -4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$3. 12 \cdot \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 2 & 7 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 0 & 7 & 12 \end{pmatrix}.$$

$$4. \begin{pmatrix} 1 & 2 & 7 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 2 \\ 4 & 2 & 12 & 1 \end{pmatrix}^T.$$

$$5. \begin{pmatrix} 12i & 6 + 5i & -7i \\ 0 & 2 & 9i \\ 1 - 12i & 2 + 2i & 5 \end{pmatrix}^*.$$

$$6. \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}^4$$

Hier findest Du das Video zur Addition von Matrizen.

Hier findest Du das Video zur Vielfachen von Matrizen.

Hier findest Du das Video zur Multiplikation von Matrizen.

Hier findest Du das Video zum Transponieren von Matrizen.

Hier findest Du das Video zum Adjungieren von Matrizen.

2. Aufgabe

(12 Punkte)

Bestimme den Kern, das Bild und den Rang der folgenden Matrizen.

- $A := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$

- $B := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$

- $C := \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 4 & 8 & 0 \\ 6 & 12 & 0 \end{pmatrix}.$

Hier findest Du das Video zum Bild und Kern einer Matrix.

Hier findest Du das Video zum Rang einer Matrix.

3. Aufgabe

(6 Punkte)

Entscheide, ob die folgenden Matrizen invertierbar sind und begründe

Deine Antwort.

- $A := \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 4 & 8 & 0 \\ 6 & 12 & 0 \end{pmatrix}.$

- $B := \begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}.$

- $C := \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 0 & 7 & 7 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Hier findest Du das Video zur Aufgabe.

1. Aufgabe

(12 Punkte)

Berechne wenn möglich die folgenden Matrizen:

1. $\begin{pmatrix} 8 & 5 & 9 & 16 \\ 28 & 14 & 7 & 35 \\ 4 & 2 & 1 & 5 \end{pmatrix}$.

2. $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

3. Nicht definiert.

4. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 2 & 1 & 2 \\ 7 & 2 & 12 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

5. $\begin{pmatrix} -12i & 0 & 1 + 12i \\ 6 - 5i & 2 & 2 - 2i \\ 7i & -9i & 5 \end{pmatrix}$.

6. $\begin{pmatrix} 16 & 0 & 0 \\ 0 & 2401 & 0 \\ 0 & 0 & 256 \end{pmatrix}$

Hier findest Du das Video zur Addition von Matrizen.

Hier findest Du das Video zur Vielfachen von Matrizen.

Hier findest Du das Video zur Multiplikation von Matrizen.

Hier findest Du das Video zum Transponieren von Matrizen.

Hier findest Du das Video zum Adjungieren von Matrizen.

2. Aufgabe

(12 Punkte)

Bestimme den Kern, das Bild und den Rang der folgenden Matrizen.

$$\bullet \text{ Kern}(A) = \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}, \text{ Bild}(A) = \mathbb{R}^3 \text{ und } \text{Rang}(A) = 3.$$

$$\bullet \text{ Kern}(B) = \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ y \\ -2y \end{pmatrix} \mid y \in \mathbb{R} \right\}, \text{ Bild}(B) = \mathbb{R}^2 \text{ und } \text{Rang}(B) = 2.$$

$$\bullet \text{ Kern}(C) = \left\{ \begin{pmatrix} -2y \\ y \\ 0 \end{pmatrix} \mid y \in \mathbb{R} \right\},$$

$$\text{Bild}(C) = L \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right) \text{ und } \text{Rang}(C) = 2.$$

Hier findest Du das Video zum Bild und Kern einer Matrix.

Hier findest Du das Video zum Rang einer Matrix.

3. Aufgabe

(6 Punkte)

Entscheide, ob die folgenden Matrizen invertierbar sind und begründe Deine Antwort.

- Da $\text{Rang}(A) = 2 < 3$ nach Aufgabe 2 gilt, ist A nicht invertierbar.
- Wegen $\text{Rang}(B) = 3$ ist B invertierbar.
- Wegen $\text{Rang}(C) = 3$ ist C invertierbar..

Hier findest Du das Video zur Aufgabe.